

**Вінницький національний технічний університет**

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕХНОЛОГІЙ  
ПАРАЛЕЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ НА ПРИКЛАДІ  
РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ**

1

Виконали: Барабан С.В.,  
Барабан М.В.

## Вступ

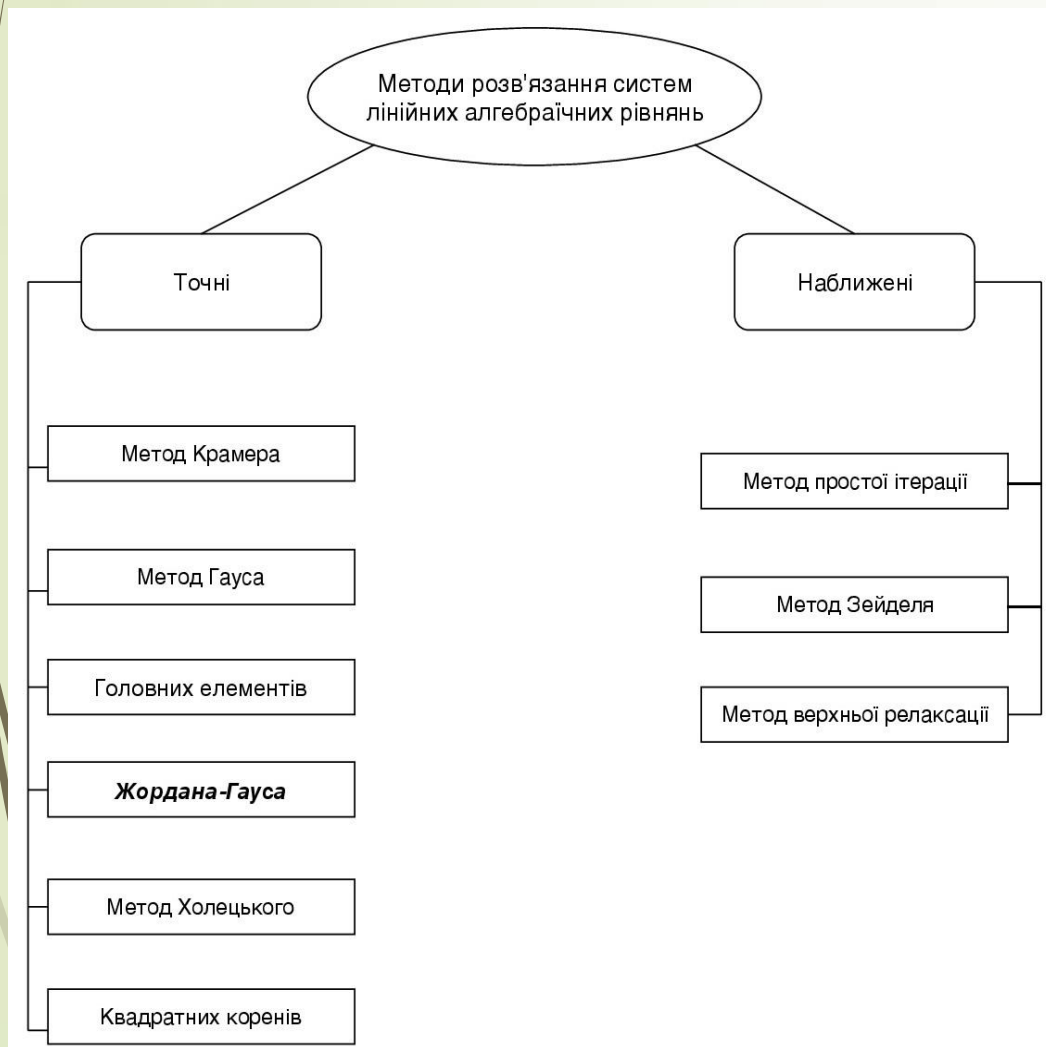
Задачі математичного моделювання, з формального погляду, не викликають труднощів, оскільки процес розв'язування систем рівнянь математичних моделей часто зводиться до розв'язування СЛАР, які виконують методом Гауса чи його модифікаціями. Однак під час розв'язування СЛАР високих порядків обчислювальна складність цих методів значна. Тому виникає необхідність застосування паралельних обчислень, що дають змогу досягти суттєвого підвищення продуктивності обрахунків.

**Актуальність даної роботи** полягає в тому, що використання новітніх методів реалізації паралельних алгоритмів (з можливістю інтеграції обчислень на графічних картах) дозволить значно підвищити ефективність сучасних алгоритмів розв'язування СЛАР.

**Метою роботи** є дослідження сучасних технологій паралельних обчислень, проектування та імплементація прикладної програми для паралельних обрахунків, порівняння характеристик реалізованого паралельного алгоритму з відомим послідовним.

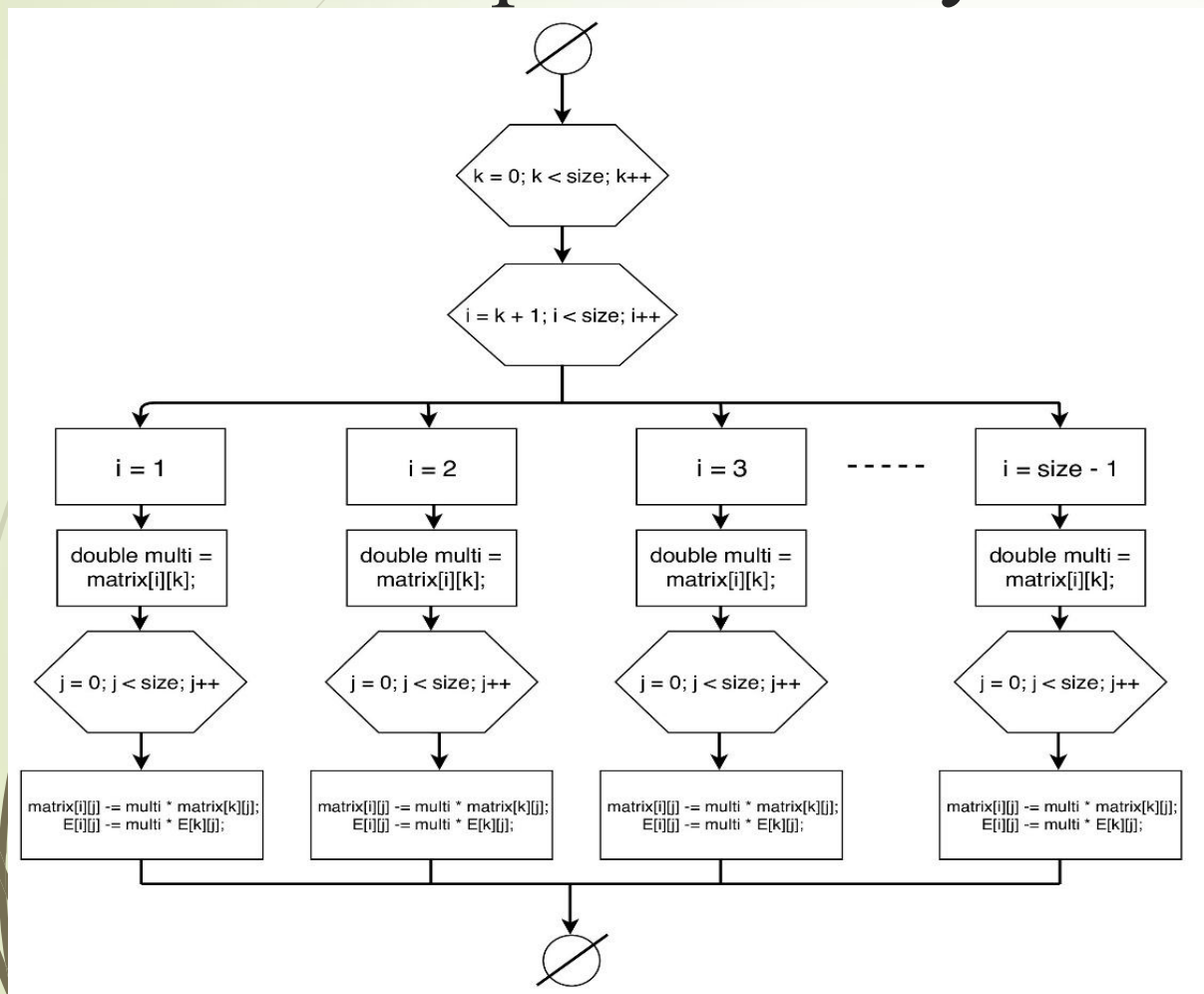
# Класифікація методів розв'язання СЛАР

3



Відомі два основні класи розв'язування СЛАР: точні та ітераційні (наближені) методи. Розв'язуючи СЛАР ітераційними методами, крім похибок округлення, слід враховувати також і похибку методу. Розглянуто тільки алгоритми точних методів, так як саме один з них буде використовуватись для створення паралельного алгоритму і його реалізації мовою C++. Це пов'язано з неоднозначною придатністю наближених алгоритмів до розпаралелювання. Другорядним критерієм для вибору точного методу є необхідність мінімізації похибки програмних обрахунків. Незважаючи на перевагу паралельної реалізації методу Холецького над методом Гауса (в плані обчислень та економії пам'яті), за мету ставиться реалізація такого алгоритму, який дозволяє знаходити розв'язок різнотипних систем лінійних рівнянь (метод Холецького доцільний для симетричних матриць), тому обрано метод Жордана-Гауса.

# Схема паралельного виконання алгоритму прямого ходу за методом Жордана-Гауса



Враховуючи опис паралелізму для методу Гауса, можна прийти висновку, що піддаються розподілу на потоки такі сегменти алгоритму:

1. Ділення рядків на елемент, що лежить на головній діагоналі матриці.
2. Прямий хід Жордана-Гауса (занулення всіх елементів під головною діагоналлю).
3. Зворотний хід Жордана-Гауса (занулення всіх елементів над головною діагоналлю).
4. Множення оберненої матриці, отриманої після проведення зворотного ходу, на стовпець вільних членів.

# Швидкодія OpenMP-реалізації

5

Для оцінювання швидкодії паралельного алгоритму скористаємось формулою, за якою розраховується коефіцієнт прискорення  $K_p$ :

$$K_p = \frac{T_{пс}}{T_{пр}}, \quad \text{де } T_{пс} \text{ – час виконання послідовних обчислень,}$$

$T_{пр}$  – час виконання паралельних обчислень (при однакових розмірностях вхідних даних).

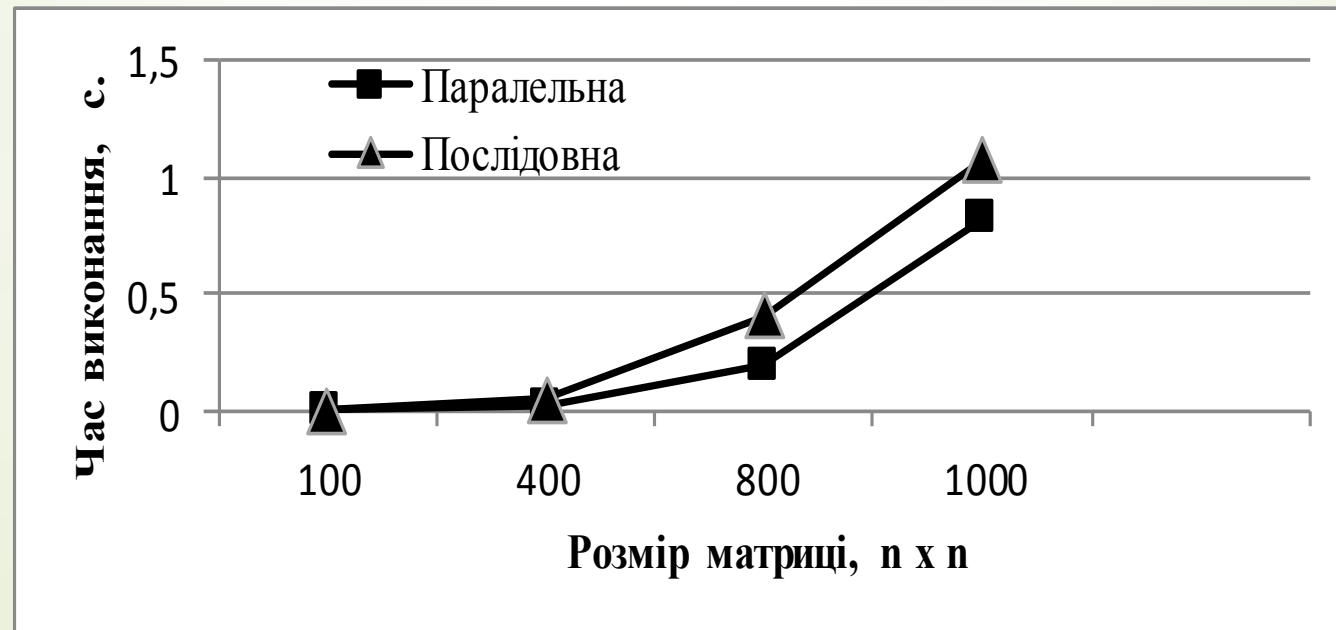


Рисунок 1 – Порівняння часу виконання паралельної та послідовної програм

## Коефіцієнт прискорення

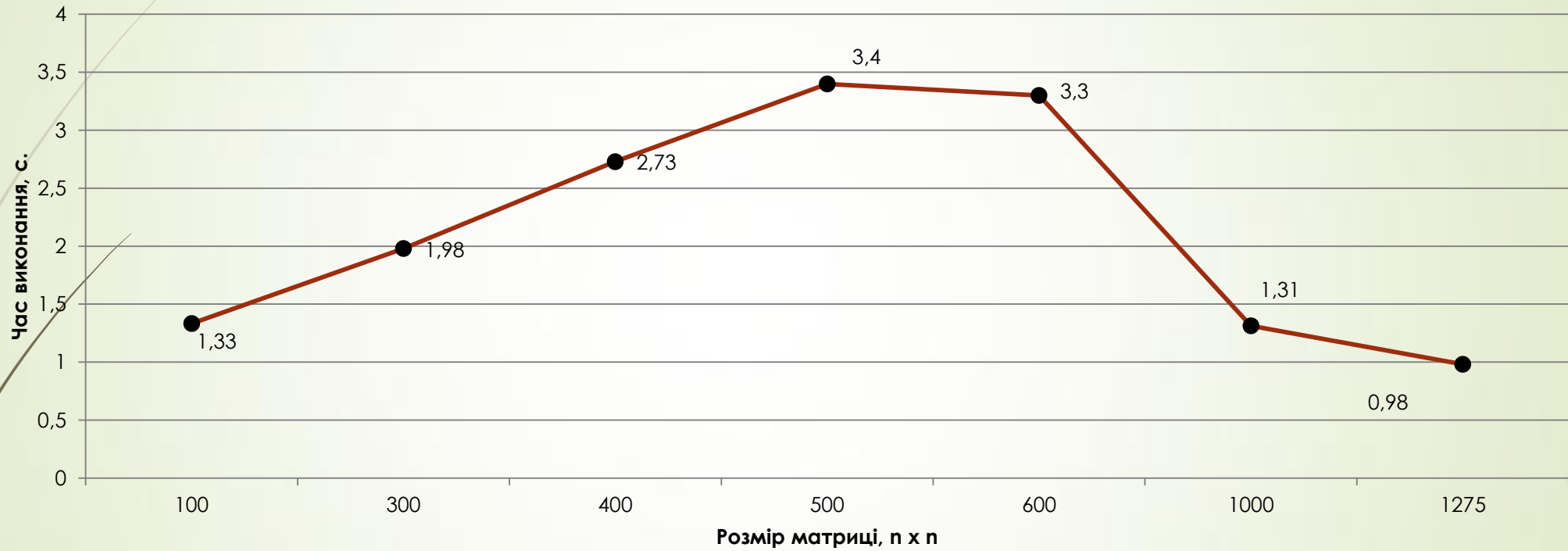


Рисунок 2 – Зміна значення коефіцієнта прискорення зі збільшенням розмірності матриці

# Швидкодія MPI-реалізації

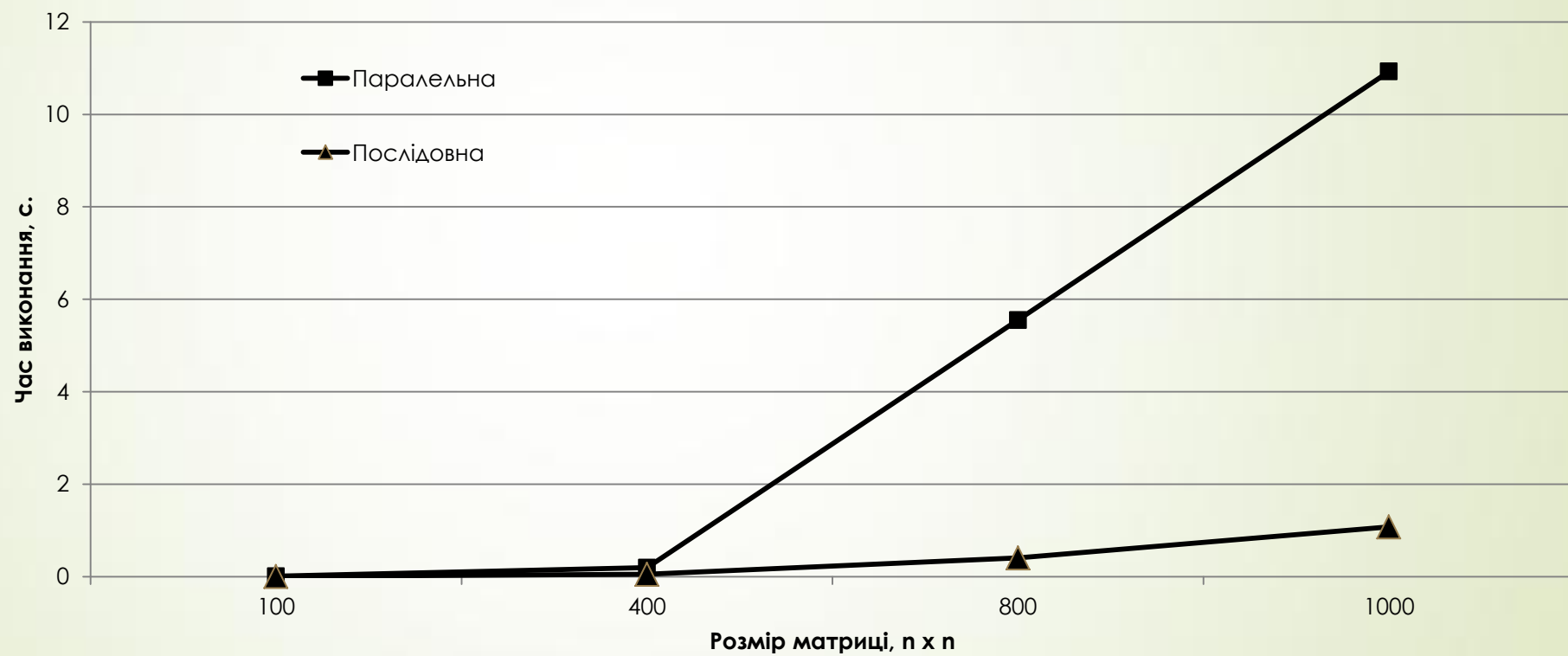


Рисунок 3 – Порівняння часу виконання паралельної та послідовної програм

# Висновки

- Проведено аналіз відомих точних методів розв'язування СЛАР, а також обрано метод, на основі якого буде розроблятися програма.
- Побудовано схеми роботи програми, обраного методу (Жордана-Гауса). Розроблено схему розпаралелювання сегментів алгоритму за методом Жордана-Гауса.
- Здійснено реалізації консольних додатків на основі технологій OpenMP та MPI. Проведено тестування додатків.
- Виконано дослідження швидкодії імплементованих додатків шляхом порівняння з послідовною реалізацією